Matrices (et encore complexes)

Thèmes

Complexes

Tout le programme donc les thèmes de la semaine dernière plus :

- Notions d'angles (géométrique, orienté) et lien avec les arguments de nombres complexes.
- Similitudes directes : définition, classification, et composition.

Calcul matriciel

- Définition : somme et produits, propriétés générales (not. bilinéarité et associativité du produit matriciel), transposée, matrices élémentaires.
  Pour l'instant, le corps des scalaires, $\mathbb{K}$, est $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$).
- Matrices carrées : commutation, inversibilité, puissances. Binôme de Newton et factorisation de $A^n - B^n$ si $AB = BA$.
- Trace : linéarité et cyclicité.
- Parties remarquables : matrices diagonales, triangulaires, symétriques, antisymétriques.

Nous n'avons pas encore vraiment vu de critère d'inversibilité performant, à part pour les matrices diagonales ; celui pour les matrices triangulaires a été mentionné en remarque, mais pas encore démontré).

Questions de cours

- la démonstration des formules de trigonométrie à l'aide des complexes ;
- calcul de $\sum_{k=0}^{n} \cos(kt)$ et $\sum_{k=0}^{n} \sin(kt)$;
- la double égalité $\mathbb{U}_n = \left\{ e^{i\,k\,\frac{2\pi}{n}} \;\middle|\; k \in \mathbb{Z} \right\} = \left\{ e^{i\,k\,\frac{2\pi}{n}} \;\middle|\; k \in [\![0, n-1]\!] \right\}$;
- associativité du produit matriciel ;
- produit de matrices élémentaires ;
- cyclicité de la trace ;
- stabilité de $D_n(\mathbb{K})$ et $T_n^{\pm}(\mathbb{K})$ par produit.

Un calcul très proche du cours (la résolution d'une équation du second degré ou d'un système somme-produit, d'une équation $z^n = a$, ou la linéarisation d'un polynôme trigonométrique, par exemple) pourra tenir lieu de question de cours.