
Groupes

Thèmes

- ▶ Loi de composition interne (magma).
- ▶ Monoïdes. Éléments inversibles. Règles de calcul sur les puissances.
- ▶ Groupes, généralités : définition, sous-groupes (définition et caractérisation via $x y^{-1}$).
- ▶ Morphismes : image, noyau (caractérisation de l'injectivité), image directe ou réciproque d'un sous-groupe.
- ▶ Ordre d'un élément.
- ▶ Sous-groupe engendré par une partie ou une famille.
- ▶ Groupes monogènes : classification à isomorphisme près.
- ▶ Théorème de Lagrange.
- ▶ Égalité $|G_1| = |\ker f| |\operatorname{im} f|$ pour un morphisme de groupes finis $G_1 \rightarrow G_2$.

Questions de cours

- ▶ Classification des sous-groupes de \mathbb{Z} .
- ▶ L'image directe (resp. réciproque) d'un sous-groupe par un morphisme de groupes est encore un sous-groupe (cas particuliers du noyau et de l'image).
- ▶ Théorème de prolongement des identités.
- ▶ Isomorphisme $\mathbb{Z} \rightarrow G$, si G est engendré par un élément d'ordre infini.
- ▶ Isomorphisme $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \rightarrow G$, si G est engendré par un élément d'ordre n .