
Polynômes

Thèmes

- ▶ Définition et généralités (opérations algébriques, composition, degré, division euclidienne).
- ▶ Évaluation : le morphisme d'anneaux $\text{év}_z : K[X] \rightarrow K$, notion de fonction polynomiale.
- ▶ Racines : factorisation par $(X - z)$.
- ▶ « Critère radical de nullité » : si un polynôme $P \in K_n[X]$ a strictement plus que n racines, alors $P = 0$.
- ▶ « Rigidité des polynômes » : deux polynômes coïncidant « trop souvent » sont égaux. Identification entre polynômes et fonctions polynomiales quand le corps des scalaires est infini.
- ▶ Dérivation : définition et premières propriétés (degré, dérivée d'une somme, d'un produit, d'une composée).
- ▶ Dérivées supérieures. Formule de Leibniz.
- ▶ Formule de Taylor pour les polynômes. Existence et unicité d'un élément $P \in K_n[X]$ dont toutes les dérivées en z (de $P^{(0)}(z) = P(z)$ à $P^{(n)}(z)$) sont prescrites.
- ▶ Interpolation de Lagrange.

Questions de cours

- ▶ Toutes les formules sur le degré.
- ▶ Existence et unicité de la division euclidienne.
- ▶ Théorème de factorisation (par $X - z$ pour une racine, ou par $(X - z_1) \cdots (X - z_r)$ pour r racines distinctes).
- ▶ Critère radical de nullité.
- ▶ Formule de Taylor.
- ▶ Interpolation de Lagrange.