
Équations différentielles

Exercice 20.

On pourra procéder par analyse et synthèse et, dans la phase d'analyse, « dériver la relation ».

Exercice 21.

On pourra introduire les parties paires et impaires de la fonction f .

Exercice 28.

1. On pourra considérer la fonction $w : x \mapsto C + \int_0^x u(t)v(t) dt$.

Exercice 30.

On pourra poser $g = f + f'$ et exprimer f comme solution d'une certaine équation différentielle.

Exercice 31.

On pourra, entre autres, utiliser la méthode de variation des constantes.

Autocorrection

Autocorrection A.

- (i) $\mathcal{S} = \left\{ x \mapsto \lambda e^{-x/4} \mid \lambda \in \mathbb{C} \right\}$;
 (ii) $\mathcal{S} = \left\{ x \mapsto e^{x-x^2} + \lambda e^{-x^2} \mid \lambda \in \mathbb{C} \right\}$;
 (iii) $\mathcal{S} = \left\{ x \mapsto \left(\frac{3}{2}x^2 + \lambda \right) \ln x \mid \lambda \in \mathbb{C} \right\}$;
 (iv) $\mathcal{S} = \left\{ x \mapsto -1 + \lambda e^{-x^3/3} \mid \lambda \in \mathbb{C} \right\}$;
 (v) $\mathcal{S} = \left\{ x \mapsto \frac{1}{12} \frac{\sin 3x}{\cos x} + \frac{3}{4} \tan x + \frac{1}{2 \cos x} \ln \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} + \frac{\lambda}{\cos x} \mid \lambda \in \mathbb{C} \right\}$;
 (vi) $\mathcal{S} = \{ x \mapsto -1 + \lambda \exp(\arcsin x) \mid \lambda \in \mathbb{C} \}$;
 (vii) $\mathcal{S} = \{ x \mapsto \operatorname{sh} x + x \operatorname{ch} x + \lambda \operatorname{ch} x \mid \lambda \in \mathbb{C} \}$;
 (viii) $\mathcal{S} = \left\{ x \mapsto -\cos(x)x^2 + \lambda x^2 \mid \lambda \in \mathbb{C} \right\}$;
 (ix) $\mathcal{S} = \left\{ x \mapsto \ln(1+x)^2 + \lambda \ln(1+x) + \mu \mid (\lambda, \mu) \in \mathbb{C}^2 \right\}$.

Autocorrection B.

- (i) $\left\{ x \mapsto \lambda \cos\left(\frac{3}{2}x\right) + \mu \sin\left(\frac{3}{2}x\right) \mid (\lambda, \mu) \in \mathbb{C}^2 \right\}$;
 (ii) $\left\{ x \mapsto (\lambda x + \mu)e^{-x} \mid (\lambda, \mu) \in \mathbb{C}^2 \right\}$;

- (iii) $\left\{ x \mapsto \frac{1}{4} + \left(\frac{x^2}{2} + \lambda x + \mu \right) e^{-2x} \mid (\lambda, \mu) \in \mathbb{C}^2 \right\};$
- (iv) $\left\{ x \mapsto \frac{x \operatorname{sh} x}{2} + \lambda \operatorname{ch} x + \mu \operatorname{sh} x \mid (\lambda, \mu) \in \mathbb{C}^2 \right\} = \left\{ x \mapsto \frac{x \operatorname{sh} x}{2} + \lambda e^x + \mu e^{-x} \mid (\lambda, \mu) \in \mathbb{C}^2 \right\};$
- (v) $\left\{ x \mapsto \frac{e^x}{8} + \left(-\frac{1}{4}x^2 + \lambda x + \mu \right) e^{-x} \mid (\lambda, \mu) \in \mathbb{C}^2 \right\};$
- (vi) $\left\{ x \mapsto \frac{\cos x}{3} - \frac{\sin x}{3} + \lambda \exp\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}x\right) + \mu \exp\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}x\right) \mid (\lambda, \mu) \in \mathbb{C}^2 \right\};$
- (vii) $\left\{ x \mapsto -\frac{e^{2x}}{30} (\cos(3x) + 3 \sin(3x)) + \lambda e^x + \mu e^{2x} \mid (\lambda, \mu) \in \mathbb{C}^2 \right\};$
- (viii) $\left\{ x \mapsto (x + \mu)e^x \sin(2x) + \lambda e^x \cos(2x) \mid (\lambda, \mu) \in \mathbb{C}^2 \right\};$
- (ix) $\left\{ x \mapsto \left(\frac{3}{2}x + \lambda \right) e^{3x} + \mu e^x \mid (\lambda, \mu) \in \mathbb{C}^2 \right\};$
- (x) $\left\{ x \mapsto \frac{\sin x - 3 \cos x}{10} + \lambda e^{-2x} + \mu e^x \mid (\lambda, \mu) \in \mathbb{C}^2 \right\};$
- (xi) $\left\{ x \mapsto \left(\frac{3}{8}x + \mu \right) \sin x - \frac{1}{32} \cos 3x + \lambda \cos x \mid (\lambda, \mu) \in \mathbb{C}^2 \right\}.$