

Interrogation de calcul 19

Question 1.

- ▶ Vous savez qu'une suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ à valeurs strictement positives vérifie $u_n \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} n$.
Qu'en déduisez-vous sur la suite $(\ln u_n)_{n \in \mathbb{N}}$?

.....

.....

.....

- ▶ Même question avec une suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telle que $v_n \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} \text{ch}(n)$.

.....

.....

.....

.....

.....

- ▶ Soit $(x_n)_{n \in \mathbb{N}} = (2^n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(y_n)_{n \in \mathbb{N}} = \left(\frac{2^n}{\sqrt{n+1}} \right)_{n \in \mathbb{N}}$.

- A-t-on $x_n \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} y_n$? Justifier.

.....

.....

.....

- A-t-on $\ln(x_n) \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} \ln(y_n)$? Justifier.

.....

.....

.....

.....

Question 2.

► Calculer le $DL_2(0)$ de $x \mapsto \sqrt[3]{1+3x}$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

► En déduire un équivalent de $\left(\sqrt[3]{n+3} - \sqrt[3]{n}\right)_{n \in \mathbb{N}}$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Question 3.

► Pour quelles valeurs de $\alpha > 0$ a-t-on $x^2 \ln(x) = o_{x \rightarrow 0}(x^\alpha)$?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

► En déduire que la fonction $x \mapsto x^2 \ln(x)$ se prolonge en une fonction $f : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ dérivable en 0. On précisera les valeurs de $f(0)$ et $f'(0)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

► La fonction f' est-elle continue en 0 ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....