Interrogation de calcul 22

Question 1. Avec les notations du cours, rappeler sans justification la formule reliant les matrices ${}_{\mathcal{B}}[x]$, ${}_{\mathcal{B}'}[x]$ et $P_{\mathcal{B}\to\mathcal{B}'}$.

.....

.....

.....

.....

Question 2. On considère :

- un K-espace vectoriel E de dimension 2, muni d'une base $\mathcal{B} = (u_1, u_2)$;
- un K-espace vectoriel F de dimension 3, muni d'une base $\mathcal{C} = (v_1, v_2, v_3)$;
- une application linéaire $f \in \mathcal{L}(E, F)$ telle que la matrice $A = {}_{\mathcal{C}}[f]_{\mathcal{B}}$ soit $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

1. Exprimer $f(u_1)$ et $f(u_2)$ en fonction de la base $\mathcal{C}$.

   .....

   .....

   .....

   .....

2. On considère $u_1' = u_1$ et $u_2' = u_1 + u_2$. Montrer que $\mathcal{B}' = (u_1', u_2')$ est une base de E et calculer la matrice de passage $P_{\mathcal{B}\to\mathcal{B}'}$ et son inverse.

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

3. On considère $v_1' = v_2 + v_3$, $v_2' = v_1 + v_3$ et $v_3' = v_1 + v_2$. Montrer que $\mathcal{C}' = (v_1', v_2', v_3')$ est une base de F et calculer la matrice de passage $P_{\mathcal{C} \to \mathcal{C}'}$ et son inverse.

4. Calculer la matrice ${}_{\mathcal{C}'}[f]_{\mathcal{B}'}$.

Question 3. Déterminer le $DL_3(0)$ de $x \mapsto \ln(\cos x + 2\sin x)$.