# Équations différentielles linéaires

**Exercice 16.**
On pourra procéder par analyse et synthèse et, dans la phase d'analyse, « dériver la relation ».

**Exercice 21.**
On pourra introduire les parties paires et impaires de la fonction $f$.

**Exercice 28.**

1. On pourra considérer la fonction $w : x \mapsto C + \displaystyle\int_0^x u(t)\,v(t)\,dt$.

**Exercice 29.**
On pourra poser $g = f + f'$ et exprimer $f$ comme solution d'une certaine équation différentielle.

## Autocorrection

**Autocorrection A.**

(i) $\mathcal{S} = \left\{ x \mapsto \lambda e^{-x/4} \,\middle|\, \lambda \in \mathbb{C} \right\}$ ;
(ii) $\mathcal{S} = \left\{ x \mapsto e^{x-x^2} + \lambda e^{-x^2} \,\middle|\, \lambda \in \mathbb{C} \right\}$ ;
(iii) $\mathcal{S} = \left\{ x \mapsto \left(\frac{3}{2}x^2 + \lambda\right) \ln x \,\middle|\, \lambda \in \mathbb{C} \right\}$ ;
(iv) $\mathcal{S} = \left\{ x \mapsto -1 + \lambda e^{-x^3/3} \,\middle|\, \lambda \in \mathbb{C} \right\}$ ;
(v) $\mathcal{S} = \left\{ x \mapsto \frac{1}{12}\frac{\sin 3x}{\cos x} + \frac{3}{4}\tan x + \frac{1}{2\cos x}\ln\frac{1+\sin x}{1-\sin x} + \frac{\lambda}{\cos x} \,\middle|\, \lambda \in \mathbb{C} \right\}$ ;
(vi) $\mathcal{S} = \{ x \mapsto -1 + \lambda \exp(\arcsin x) \,|\, \lambda \in \mathbb{C} \}$ ;
(vii) $\mathcal{S} = \{ x \mapsto \operatorname{sh} x + x \operatorname{ch} x + \lambda \operatorname{ch} x \,|\, \lambda \in \mathbb{C} \}$ ;
(viii) $\mathcal{S} = \left\{ x \mapsto -\cos(x)x^2 + \lambda x^2 \,\middle|\, \lambda \in \mathbb{C} \right\}$ ;
(ix) $\mathcal{S} = \left\{ x \mapsto \ln(1+x)^2 + \lambda \ln(1+x) + \mu \,\middle|\, (\lambda,\mu) \in \mathbb{C}^2 \right\}$.

**Autocorrection B.**

(i) $\left\{ x \mapsto \lambda \cos\left(\frac{3}{2}x\right) + \mu \sin\left(\frac{3}{2}x\right) \,\middle|\, (\lambda,\mu) \in \mathbb{C}^2 \right\}$ ;
(ii) $\left\{ x \mapsto (\lambda x + \mu)e^{-x} \,\middle|\, (\lambda,\mu) \in \mathbb{C}^2 \right\}$ ;
(iii) $\left\{ x \mapsto \frac{1}{4} + \left(\frac{x^2}{2} + \lambda x + \mu\right) e^{-2x} \,\middle|\, (\lambda,\mu) \in \mathbb{C}^2 \right\}$ ;
(iv) $\left\{ x \mapsto \frac{x \operatorname{sh} x}{2} + \lambda \operatorname{ch} x + \mu \operatorname{sh} x \,\middle|\, (\lambda,\mu) \in \mathbb{C}^2 \right\} = \left\{ x \mapsto \frac{x \operatorname{sh} x}{2} + \lambda e^x + \mu e^{-x} \,\middle|\, (\lambda,\mu) \in \mathbb{C}^2 \right\}$ ;
(v) $\left\{ x \mapsto \frac{e^x}{8} + \left(-\frac{1}{4}x^2 + \lambda x + \mu\right) e^{-x} \,\middle|\, (\lambda,\mu) \in \mathbb{C}^2 \right\}$ ;

(vi) $\left\{ x \mapsto \dfrac{\cos x}{3} - \dfrac{\sin x}{3} + \lambda \exp\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}x\right) + \mu \exp\left(\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}x\right) \,\middle|\, (\lambda,\mu) \in \mathbb{C}^2 \right\}$;

(vii) $\left\{ x \mapsto -\dfrac{e^{2x}}{30}\left(\cos(3x) + 3\sin(3x)\right) + \lambda e^{x} + \mu e^{2x} \,\middle|\, (\lambda,\mu) \in \mathbb{C}^2 \right\}$;

(viii) $\left\{ x \mapsto (x+\mu)e^{x}\sin(2x) + \lambda e^{x}\cos(2x) \,\middle|\, (\lambda,\mu) \in \mathbb{C}^2 \right\}$;

(ix) $\left\{ x \mapsto \left(\dfrac{3}{2}x + \lambda\right) e^{3x} + \mu e^{x} \,\middle|\, (\lambda,\mu) \in \mathbb{C}^2 \right\}$;

(x) $\left\{ x \mapsto \dfrac{\sin x - 3\cos x}{10} + \lambda e^{-2x} + \mu e^{x} \,\middle|\, (\lambda,\mu) \in \mathbb{C}^2 \right\}$;

(xi) $\left\{ x \mapsto \left(\dfrac{3}{8}x + \mu\right)\sin x - \dfrac{1}{32}\cos 3x + \lambda \cos x \,\middle|\, (\lambda,\mu) \in \mathbb{C}^2 \right\}$.