

Interrogation de calcul 10

Question 1. On considère la fonction $f : \begin{cases}]-1, 1[\rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{1}{1-x^2}. \end{cases}$

- Trouver $a, b \in \mathbb{R}$ tels que $\forall x \in]-1, 1[, f(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$.
(Le calcul sera utile dans la suite, on le vérifiera avec soin !).

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- En déduire, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, l'expression de la dérivée n-ième $f^{(n)}$.
(Il n'est pas nécessaire d'écrire une récurrence parfaite pour justifier les calculs.)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 2. Calculer les développements limités suivants.

► Un $DL_3(0)$ de $x \mapsto (1+x)^{2/3}$.

.....
.....
.....
.....
.....

► Un $DL_2(0)$ de $x \mapsto \exp(x) \ln(1+x)$.

.....
.....
.....
.....
.....

► Un $DL_5(0)$ de $(\operatorname{ch}(x) - 1) \sin(x)$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Question 3. Déterminer un équivalent en 0 de la fonction $x \mapsto \frac{1}{1-x} - \cos(x) - \ln(1+x)$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....