
Développements limités, inégalités

Thèmes

Développements limités

- ▶ Négligeabilité. Propriétés basiques.
- ▶ Généralités sur les DL : définition, troncature, unicité.
- ▶ DL_0 et continuité ; DL_1 et dérivabilité.
- ▶ Théorème de Taylor-Young (*via* le « sous-lemme de primitivation des o », admis à ce stade, et le lemme de primitivation des DL). Formulaire des DL usuels.
- ▶ Équivalents : généralités, propriétés multiplicatives, et équivalent donné par le « premier terme significatif » d'un DL. L'équivalent donne la limite et, au voisinage de 0 , le signe de la fonction considérée.
- ▶ Calculs pratiques : somme, produit, composition, quotient de DL.
- ▶ Application aux calculs de limites et d'équivalents.
- ▶ Détermination de la position de f par rapport à sa tangente. Cas particulier des extrema locaux : un extremum local en un point intérieur est nécessairement un point critique ; condition suffisante et condition nécessaire au second ordre.

Évidemment, les connaissances de *calculus* acquises dans le début du chapitre pourront être mobilisées dans un exercice sur les développements limités. On a par exemple vu en TD comment le théorème sur la réciproque des fonctions de classe C^n permettait en pratique de trouver le DL de f^{-1} à partir de celui de f .

Inégalités

- ▶ Inégalité de Cauchy-Schwarz dans \mathbb{R}^n .
- ▶ Inégalité arithmético-géométrique.
- ▶ Inégalité « alternée-décroissante ».
- ▶ Définition et interprétation géométrique de la convexité. Généralités (propriétés de stabilité, premiers exemples). Inégalité des trois pentes. Position par rapport aux sécantes.
- ▶ Critère de convexité pour une fonction dérivable, deux fois dérivable.
- ▶ Inégalité de convexité : une fonction convexe est « au-dessus de ses tangentes ».
- ▶ Inégalité de Jensen. Nouvelle démonstration de l'inégalité arithmético-géométrique.

Questions de cours

Pas de question de cours cette semaine. Toutes les khôlles devront commencer par un DL vraiment facile, avant d'aborder d'autres exercices (par exemple, d'autres DL ☺).