

---

## Matrices et systèmes linéaires

---

### Thèmes

Dans tout le chapitre,  $K = \mathbb{R}$  ou  $K = \mathbb{C}$ .

- ▶ Généralités : somme, produit (associativité, bilinéarité).
- ▶ Application linéaire  $\varphi_A : K^p \rightarrow K^n$  canoniquement associée à  $A \in M_{n,p}(K)$ . Noyau et image d'une matrice, et caractérisation de l'injectivité/la surjectivité de  $\varphi_A$ .
- ▶ Transposée.
- ▶ Matrices élémentaires et leurs produits.
- ▶ Combinaison linéaire de matrices. Notation  $\text{Vect}(\dots)$ .
- ▶ Produit par blocs.
- ▶ Matrices carrées.
- ▶ Matrices inversibles. Propriétés de stabilité de  $GL_n(K)$ .
- ▶ Critère d'inversibilité et inverse éventuel des matrices  $2 \times 2$ .
- ▶ « Critère nucléaire d'inversibilité », admis pour le moment. Conséquence sur l'inversibilité à gauche/à droite des matrices. Pour une matrice carrée  $A$ ,  $\varphi_A$  est injective (resp. surjective) si et seulement si elle est bijective, c'est-à-dire si et seulement si  $A$  est inversible.
- ▶ Puissances. Binôme de Newton.
- ▶ Trace : linéarité et cyclicité.
- ▶ Stabilité par somme de  $S_n(K)$  et  $A_n(K)$ . Par somme et par produit de  $D_n(K)$  et  $T_n^\pm(K)$ .
- ▶ Systèmes linéaires : vocabulaire (coefficients, matrices, second membre, homogène, compatible...). Structure de l'ensemble des solutions.
- ▶ Résolution par le pivot de Gauss. Interprétations en termes des matrices d'opérations élémentaires.
- ▶ Systèmes de Cramer.
- ▶ Calcul pratique de l'inverse.
- ▶ Critère d'inversibilité des matrices triangulaires et donc des matrices diagonales.

### Questions de cours

- ▶ L'application linéaire  $\varphi_A$  est injective si et seulement si  $\ker A = \{0_{K^p}\}$ .
- ▶ Cyclicité de la trace.
- ▶ Inversibilité et inverse éventuel des matrices  $2 \times 2$ .
- ▶ Inversibilité à gauche, à droite, tout court.
- ▶  $A$  inversible  $\Leftrightarrow \varphi_A$  bijective  $\Leftrightarrow \varphi_A$  injective  $\Leftrightarrow \varphi_A$  surjective.