
Limites et continuité

Thèmes

- ▶ Définition des limites.
- ▶ Notion de limite ordinaire, par valeurs inférieures/supérieures, différentes. Lien entre ces notions.
- ▶ Généralités : caractère local de la limite, unicité de la limite, les fonctions convergentes sont localement bornées, passage à la limite des inégalités larges, si une limite est $> c$, la fonction est localement $> c$ (« $]c, +\infty[$ est ouvert »).
- ▶ Théorèmes de convergence : théorèmes d'opérations, y compris les « compositions » fonctions/suites $(f(u_n))_{n \in \mathbb{N}}$, théorème de la limite monotone, théorème des gendarmes et de minoration/majoration.
- ▶ Continuité : caractère local, continuité à gauche et à droite, théorèmes d'opérations.
- ▶ Fonctions lipschitziennes.
- ▶ Prolongement par continuité.
- ▶ Théorème des valeurs intermédiaires.
- ▶ Continuité de la réciproque d'une bijection continue strictement monotone.
- ▶ Théorème des bornes atteintes.
- ▶ Brève extension aux fonctions à valeurs complexes.

Questions de cours

- ▶ Composition des limites.
- ▶ La fonction $\cos n$ n'a pas de limite en $+\infty$.
- ▶ Théorème des gendarmes (par caractérisation séquentielle).
- ▶ Toute fonction lipschitzienne est continue.