Khôlle 20 24 mars 2025

Continuité, dérivation

Thèmes

Continuité

- ▶ Définition des limites.
- ▶ Notion de limite ordinaire, par valeurs inférieures/supérieures, différentes. Lien entre ces notions.
- ▶ Généralités : caractère local de la limite, unicité de la limite, les fonctions convergentes sont localement bornées, passage à la limite des inégalités larges, si une limite est > c, la fonction est localement > c (« antipassage à la limite des inégalités strictes »).
- ▶ Théorèmes de convergence : théorèmes d'opérations, y compris les « compositions » entre fonctions et suites du type $(f(u_n))_{n\in\mathbb{N}}$), théorème de la limite monotone, théorème des gendarmes et de minoration/majoration.
- ► Continuité : caractère local, continuité à gauche et à droite, théorèmes d'opérations.
- ► Fonctions lipschitziennes.
- ▶ Prolongement par continuité.
- ▶ Théorème des valeurs intermédiaires.
- ► Continuité de la réciproque d'une bijection continue strictement monotone.
- ► Théorème des bornes atteintes.
- ▶ Brève extension aux fonctions à valeurs complexes.

Dérivation

Toutes les techniques de calcul vues au chapitre *calculus* (y compris concernant les dérivées n-ièmes et les fonctions de classe C^n) sont exigibles.

- ▶ Dérivabilité au sens de Carathéodory. Démonstration de deux résultats : dérivation des fonctions composées, critère de dérivabilité des fonctions réciproques.
- ▶ Dérivées à gauche et à droite.
- ► Extremum local en un point intérieur.
- ▶ Théorème de Rolle. Théorème des accroissements finis. Inégalité des accroissements finis. Monotonie et signe de la dérivée.
- ▶ Théorème de la limite de la dérivée.
- ▶ Propriétés des fonctions de classe C^1 : lipschitzianité locale, conséquence de $f'(\alpha) > 0$. Exemples de fonctions dérivables mais pas C^1 .
- ► Extension aux fonctions complexes. Inégalité des accroissements finis (énoncée dans le cas C¹, démontrée dans le cas dérivable).

Questions de cours

- ▶ La fonction cos n'a pas de limite en $+\infty$.
- ▶ Dérivation des fonctions composées.
- ► Théorème de Rolle.
- ► Théorème des accroissements finis.
- ▶ Un exemple de fonction dérivable qui n'est pas de classe C^1 .

Lycée Henri-IV – PCSI 2024-2025