

Interrogation de calcul 06

Dans toute l'interrogation, n désigne un entier naturel non nul.

Question 1. Compléter, sans justification :

$$\sum_{k=1}^n k =$$

$$\sum_{k=1}^n k^2 =$$

$$\sum_{k=1}^n k^3 =$$

Question 2. Calculer :

(On attend un résultat exact, avec des vrais chiffres.)

$$3 + 7 + 11 + 15 + \dots + 9995 + 9999 = \dots$$

.....

.....

.....

.....

Question 3. Soit $q \in]1, +\infty[$. Calculer :

$$\sum_{k=1}^n q^{2k+1} = \dots$$

.....

.....

.....

.....

Question 4. Calculer, en écrivant $k + 1 = \sum_{j=0}^k 1$, puis en utilisant le cours sur les sommes doubles :

$$\sum_{k=0}^n (k + 1)2^k = \dots$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 5.

1. Encadrer grossièrement la somme $S_n = \sum_{k=1}^{2n-1} \frac{1}{k(2n-k)}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Déterminer des nombres α et β tels que, pour tout $k \in \llbracket 0, 2n-1 \rrbracket$, $\frac{1}{k(2n-k)} = \frac{\alpha}{k} + \frac{\beta}{2n-k}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. En déduire une expression de S_n en fonction du nombre harmonique $H_{2n-1} = \sum_{j=1}^{2n-1} \frac{1}{j}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....