

---

## Équations différentielles linéaires

---

**Exercice 15.**

On pourra procéder par analyse et synthèse et, dans la phase d'analyse, « dériver la relation ».

**Exercice 20.**

On pourra introduire les parties paires et impaires de la fonction  $f$ .

**Exercice 30.**

1. On pourra considérer la fonction  $w : x \mapsto C + \int_0^x u(t)v(t) dt$ .

**Exercice 32.**

On pourra poser  $g = f + f'$  et exprimer  $f$  comme solution d'une certaine équation différentielle.

### Autocorrection

**Autocorrection A.**

- (i)  $S = \{x \mapsto \lambda e^{-x/4} \mid \lambda \in \mathbb{C}\}$ ;  
 (ii)  $S = \{x \mapsto e^{x-x^2} + \lambda e^{-x^2} \mid \lambda \in \mathbb{C}\}$ ;  
 (iii)  $S = \{x \mapsto \left(\frac{3}{2}x^2 + \lambda\right) \ln x \mid \lambda \in \mathbb{C}\}$ ;  
 (iv)  $S = \{x \mapsto -1 + \lambda e^{-x^3/3} \mid \lambda \in \mathbb{C}\}$ ;  
 (v)  $S = \left\{x \mapsto \frac{1}{12} \frac{\sin 3x}{\cos x} + \frac{3}{4} \tan x + \frac{1}{2 \cos x} \ln \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} + \frac{\lambda}{\cos x} \mid \lambda \in \mathbb{C}\right\}$ ;  
 (vi)  $S = \{x \mapsto -1 + \lambda \exp(\arcsin x) \mid \lambda \in \mathbb{C}\}$ ;  
 (vii)  $S = \{x \mapsto \operatorname{sh} x + x \operatorname{ch} x + \lambda \operatorname{ch} x \mid \lambda \in \mathbb{C}\}$ ;  
 (viii)  $S = \{x \mapsto -\cos(x)x^2 + \lambda x^2 \mid \lambda \in \mathbb{C}\}$ ;  
 (ix)  $S = \{x \mapsto \ln(1+x)^2 + \lambda \ln(1+x) + \mu \mid (\lambda, \mu) \in \mathbb{C}^2\}$ .

**Autocorrection B.**

- (i)  $\left\{x \mapsto \lambda \cos\left(\frac{3}{2}x\right) + \mu \sin\left(\frac{3}{2}x\right) \mid (\lambda, \mu) \in \mathbb{C}^2\right\}$ ;  
 (ii)  $\{x \mapsto (\lambda x + \mu)e^{-x} \mid (\lambda, \mu) \in \mathbb{C}^2\}$ ;  
 (iii)  $\left\{x \mapsto \frac{1}{4} + \left(\frac{x^2}{2} + \lambda x + \mu\right) e^{-2x} \mid (\lambda, \mu) \in \mathbb{C}^2\right\}$ ;  
 (iv)  $\left\{x \mapsto \frac{x \operatorname{sh} x}{2} + \lambda \operatorname{ch} x + \mu \operatorname{sh} x \mid (\lambda, \mu) \in \mathbb{C}^2\right\} = \left\{x \mapsto \frac{x \operatorname{sh} x}{2} + \lambda e^x + \mu e^{-x} \mid (\lambda, \mu) \in \mathbb{C}^2\right\}$ ;  
 (v)  $\left\{x \mapsto \frac{e^x}{8} + \left(-\frac{1}{4}x^2 + \lambda x + \mu\right) e^{-x} \mid (\lambda, \mu) \in \mathbb{C}^2\right\}$ ;

- (vi)  $\left\{ x \mapsto \frac{\cos x}{3} - \frac{\sin x}{3} + \lambda \exp\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}x\right) + \mu \exp\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}x\right) \mid (\lambda, \mu) \in \mathbb{C}^2 \right\};$
- (vii)  $\left\{ x \mapsto -\frac{e^{2x}}{30} (\cos(3x) + 3 \sin(3x)) + \lambda e^x + \mu e^{2x} \mid (\lambda, \mu) \in \mathbb{C}^2 \right\};$
- (viii)  $\left\{ x \mapsto (x + \mu)e^x \sin(2x) + \lambda e^x \cos(2x) \mid (\lambda, \mu) \in \mathbb{C}^2 \right\};$
- (ix)  $\left\{ x \mapsto \left(\frac{3}{2}x + \lambda\right) e^{3x} + \mu e^x \mid (\lambda, \mu) \in \mathbb{C}^2 \right\};$
- (x)  $\left\{ x \mapsto \frac{\sin x - 3 \cos x}{10} + \lambda e^{-2x} + \mu e^x \mid (\lambda, \mu) \in \mathbb{C}^2 \right\};$
- (xi)  $\left\{ x \mapsto \left(\frac{3}{8}x + \mu\right) \sin x - \frac{1}{32} \cos 3x + \lambda \cos x \mid (\lambda, \mu) \in \mathbb{C}^2 \right\}.$